



УДК 681.5.015.42:622.24

**ESTIMATES OF STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE  
AUTOMATIC ROLLER ON THE DELETE UNDER THE RESULTS OF  
NATURAL EXPERIMENTS****ОЦІНКИ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОСЬОВОГО ЗУСИЛЛЯ НА  
ДОЛОТО ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ НАТУРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ**

Kropyvnytska V.B. / Кропивницька В.Б.

с.т.с., as.prof. / к.т.н., доц.

ORCID:org/0000-0001-5231-7104

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,

Ivano-Frankivsk, ul. Karpatskaya, 15, 76019

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,

Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, 76019

**Анотація.** У роботі розглядаються результати дослідження оцінок статистичних характеристик осьового зусилля на долото за результатами натурних експериментів. На основі отриманих результатів визначили закон розподілу, який не є гаусівським, характеристику випадкового сигналу розглядали у частотній області. Визначили автокореляційну функцію і спектральну щільність сигналу. Розроблено структурну схему формуючого фільтра, що забезпечує на виході задану спектральну щільність сигналу.

**Ключові слова:** осьове зусилля, автокореляційна функція, закон розподілу, спектральна щільність, формуючий фільтр, структурна схема.

**Вступ.** При теоретичних і натурних дослідженнях практично всіх систем, процесів і явищ у різних областях науки і техніки кінцевою метою є визначення певних ймовірнісних характеристик, які є важливими показниками якості різноманітних систем [1].

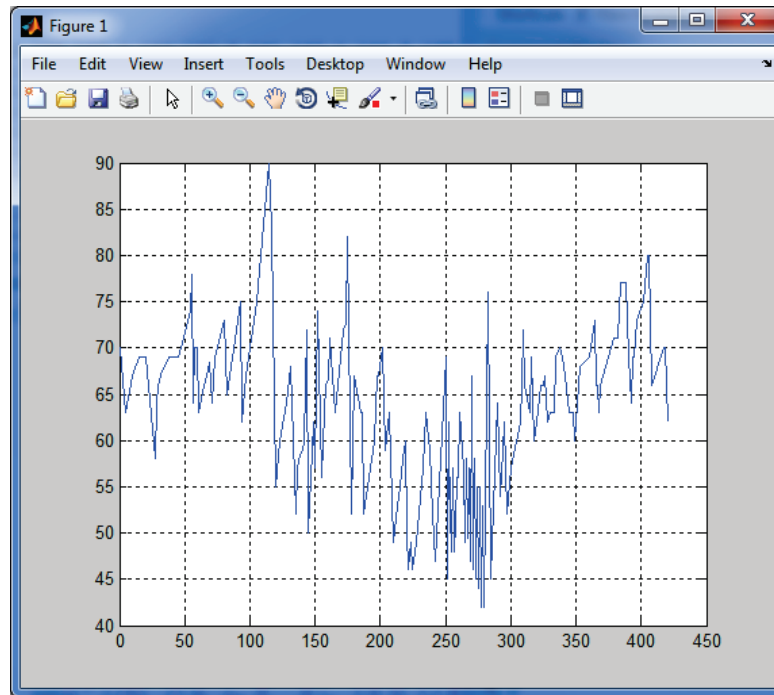
Теоретичні дослідження ґрунтуються на результатах аналізу математичної моделі системи із застосуванням різних аналітичних методів статистичних досліджень, зокрема, методу Монте-Карло [2]. Проте, для такої складної системи як процес буріння свердловин, застосування тільки аналітичних методів виявляється можливим лише при істотних спрощеннях. У цьому випадку можна отримати лише ймовірнісні характеристики деякої спрощеної моделі системи.

Враховуючи, що процес буріння свердловин є не відтворюваним нестационарним, нелінійним, стохастичним і таким, що розвивається в часі під впливом збурювальних дій, доцільним є дослідження властивостей такої системи за результатами натурних експериментів.

**Основний текст.** Натурні експерименти у вигляді пасивного експерименту на свердловині № 110 Струтинського родовища (бурова установка Уралмаш 4Е-76) дозволили отримати множину даних про зміну в часі осьового зусилля на долото  $F(t)$ .

З метою перевірки отриманих результатів і підготовки для аналізу зробили обробку експериментальних даних за допомогою програми Matlab [3]. У результаті отриманий графік зображено на рис.1.

Для знаходження оцінок математичного сподівання, дисперсії та



**Рис. 1. Графік зміни осевого зусилля на долото  $F(t)$ , отриманий у результаті обробки експериментальних даних за допомогою програми Matlab**

*Джерело: [сформовано автором]*

середньоквадратичного відхилення досліджуваного процесу скористаємося програмою Matlab. Виберемо проміжок на графіку, де спостерігається стаціонарний режим, а саме проміжок  $t = [269-408]$ . Математичне сподівання: 63,58; дисперсія: 83,37; середньоквадратичне відхилення: 9,20.

Отже, ми отримали такі характеристики досліджуваного випадкового процесу  $F(t)$ , як оцінка математичного сподівання, дисперсія та середньоквадратичне відхилення. Оцінка математичного сподівання випадкового процесу в загальному вигляді представляє собою деяку середню криву, навколо якої розподіляються всі можливі окремі реалізації даного процесу. Дисперсія і середньоквадратичне відхилення характеризують розсіювання окремих можливих реалізацій навколо цієї середньої кривої. Ці характеристики для кожного конкретного моменту є середніми з множини. Вони визначаються одновимірним законом розподілу.

Для визначення закону розподілу і його перевірки за допомогою критерію Пірсона поділимо вибірку  $n = 62$  значень на інтервали та визначимо їх абсолютні та відносні частоти. Впорядковуємо досліджувану вибірку в порядку зростання. Для цього застосуємо наступні функції пакету Matlab:

```
>>N=[47 67 46 58 45 55 44 55 42 53 42 76 45 ...
64 54 59 62 52 57 62 66 72 66 63 69 60 ...
62 66 66 67 62 63 63 69 70 69 67 63 63 ...
60 68 69 70 73 66 66 63 66 69 71 71 77 ...
77 69 64 69 69 73 75 80 80 66]
>>z=sort(N(:));
>>dlist={'ExtremeValue'; 'Exponential'; 'Gamma';
```



```
'Lognormal'; 'Normal'; 'Rayleigh'; 'Uniform'};
>>dlistr={'гамбеловський'; 'експоненціальний'; 'гамма -';
'логнормальний'; 'нормальний'; 'рэлеєвський'; 'рівномірний'};
>>dparname={{'mu' 'sigma'};{'mu'};{'a' 'b'};{'mu' 'sigma'};{'mu'
'sigma'};{'b'};{'a' 'b'};{'a' 'b'}};
>>ndist=length(dlist);
>>foridist=1:ndist,
phatone=mle(z,'distribution',dlist{idist});
phat{idist}=phatone;
end
>>qq=[];
>>foridist=1:ndist,
phatone=phat{idist};
com=['cdf('' dlist{idist} '',z']];
foripar=1:length(phatone),
com=[com ',' sprintf('%d',phatone(ipar))];
end
com=[com ')']];
Fx=eval(com);
[hkolm,pkolm,kskolm,cvkolm]=kstest(z,[z Fx],0.1,0);
qq=[qqpkolm];
end
>> [maxqq,bdist]=max(qq);
>>fprintf(['Критерій Колмогорова:\n','Кращевсього підходить %s
розподіл;\n','Критичний рівень значущості для нього = %8.5f\n'],
dlistr{bdist},maxqq);
```

Скориставшись даною програмою, отримали такий результат:

```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
Критерій Колмогорова:
Краще всього підходить гамбеловський розподіл;
'Критичний рівень значущості для нього = 0.52123
fx >> |
```

**Рис. 2. Результати використання програми**

*Джерело: [отримано автором]*

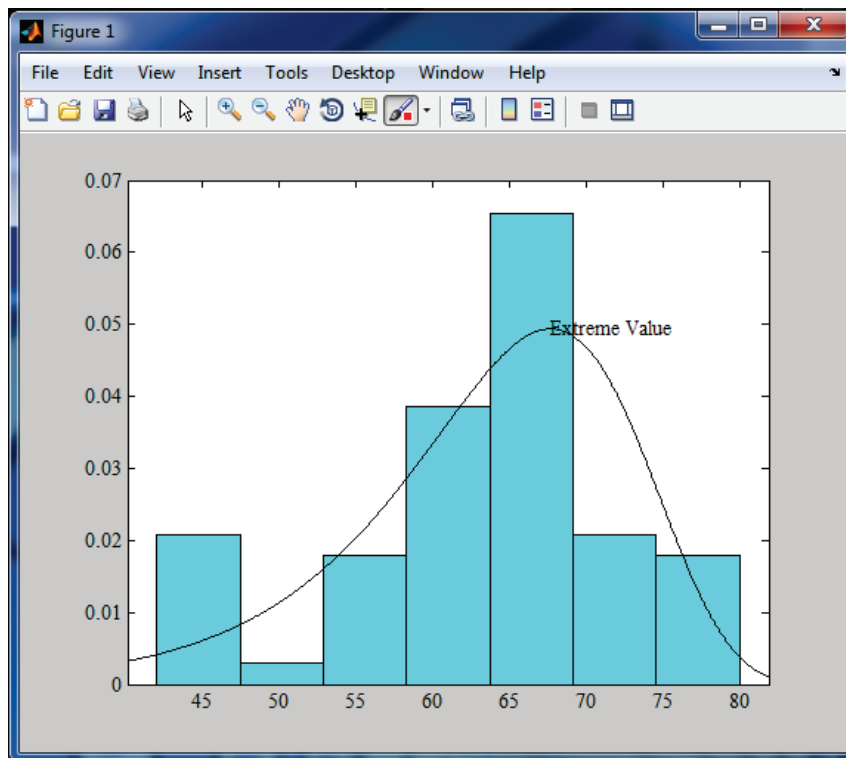
За отриманими даними, пишемо програму для побудови гістограми щільності відносних частот та нанесеного на неї закону розподілу:

```
>>n=62
>>N=[47 67 46 58 45 55 44 55 42 53 42 76 45 ...
64 54 59 62 52 57 62 66 72 66 63 69 60 ...
62 66 66 67 62 63 63 69 70 69 67 63 63 ...
60 68 69 70 73 66 66 63 66 69 71 71 77 ...
77 69 64 69 69 73 75 80 80 66]
>>k=1+round(log(n)/log(2));
>> [Fi,xi]=ecdf(N);
>>figure
>>ecdfhist(Fi,xi,k)
```



```
>>del=(max(N)-min(N))/20;
>>xl=min(N)-del;
>>xr=max(N)+del;
>>xpl=linspace(xl,xr,1000);
>> hold on
>>forkdist=bdist:bdist
phatone=phat{kdist};
phatone(2)=phatone(2)-0.10;
phatone(1)=phatone(1)-0.12;
com=['pdf('' dlist{kdist} '',xpl)'];
foripar=1:length(phatone),
com=[com ',' sprintf('%d',phatone(ipar))];
end
com=[com ')'];
ypl=eval(com);
plot(xpl,ypl,'k-')
[ym,iym]=max(ypl);
h=text(xpl(iym),ym,dlist{kdist});
set(h,'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',10)
end
>> hold off
>>set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontName','Times New Roman
Cyr','FontSize',10)
>>xlim([xl xr])
>> save('Param_2','xpl','ypl','xl','xr');
```

За отриманими даними побудуємо гістограму щільності відносних частот та нанесений на неї закон розподілу (рис. 3):



**Рис. 3.** Гістограма для заданих значень осевого зусилля на долото  
Джерело: [авторська розробка]



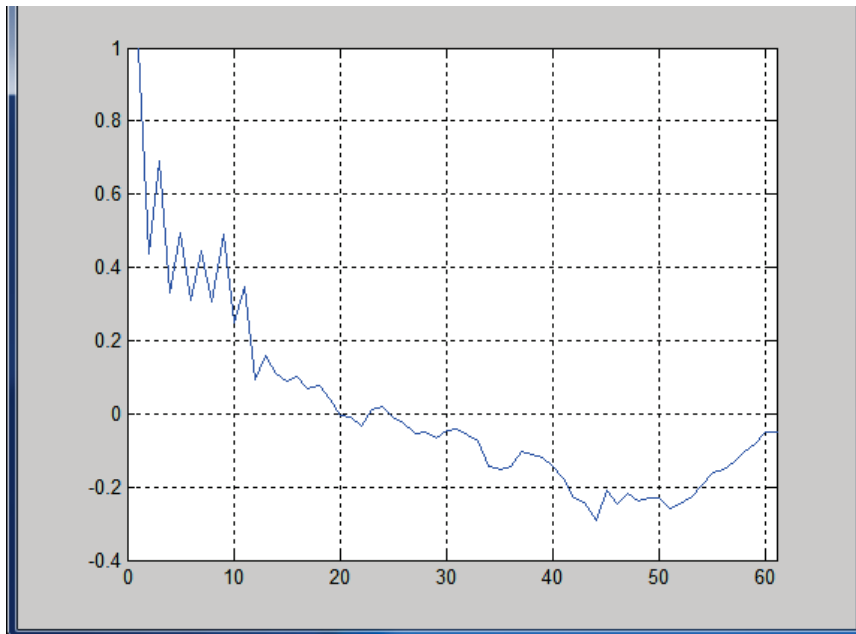
У результаті перевірки за критерієм Колмогорова отримали критичне значення значущості  $\alpha = 0.52$ , що задовольняє нашим умовам.

Для випадкової функції  $F(t)$  одновимірний розподіл імовірності і отримані на основі нього характеристики, такі як оцінки математичного сподівання та дисперсія, ще не є достатніми для оцінювання характеру протікання випадкового процесу в часі. Необхідно ще встановити зв'язок між значеннями випадкового процесу в різні моменти часу. Це можна зробити за допомогою двохвимірної функції розподілу. Інтенсивність зміни випадкового сигналу в часі можна охарактеризувати за допомогою однієї з функцій – автокореляційної функції або функції спектральної щільності. Оскільки реалізація  $F(t)$  є сукупністю дискретних значень сигналу, отриманих через рівні проміжки  $\Delta t$ , то нормована автокореляційна функція  $R_x(t)$  (рис. 4) визначається за формулою:

$$R_x(\tau) = R(k\Delta t) = \frac{1}{n-k} \sum_{i=0}^{n-k} x^0(i\Delta t)x^0(i\Delta t + k\Delta t), \quad (1)$$

де  $x^0(t) = x(t) - m_x$  – центровані значення.

```
Rxx=autocorr(N, 61);
figure
plot(Rxx), grid
xlim([0 61]);
```



**Рис. 4.** Нормована автокореляційна функція осьового зусилля на долото  
Джерело: [авторська розробка]

Визначимо рівняння апроксимації автокореляційної функції (рис.5).

Generalmodel:

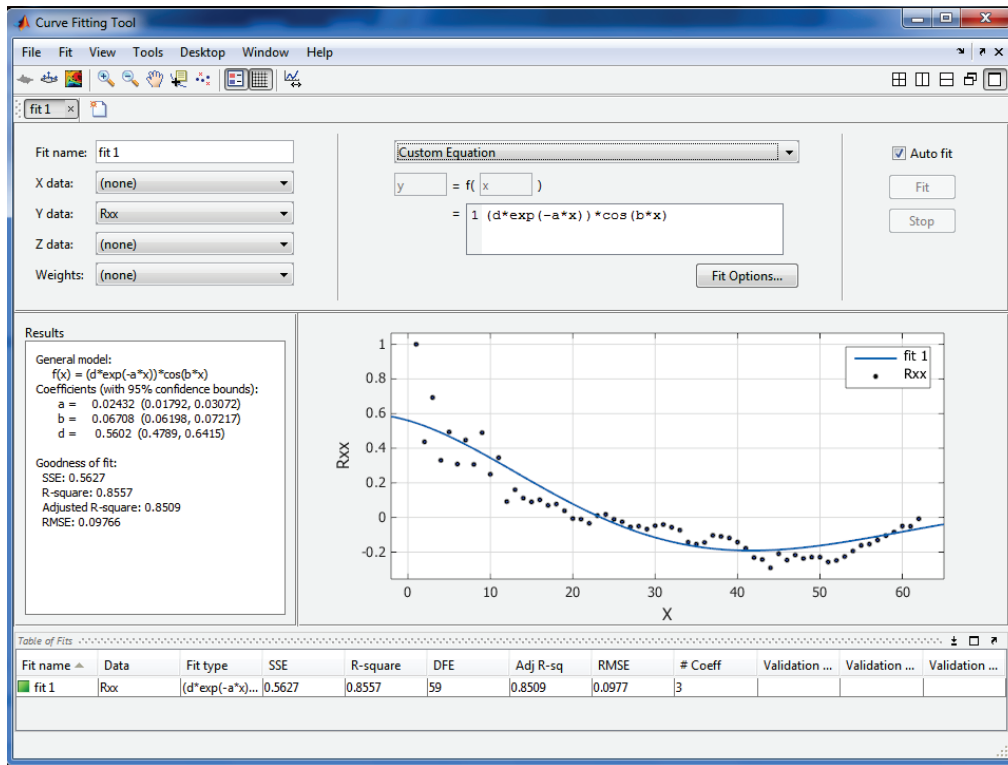
$$f(x) = (d*\exp(-a*x))*\cos(b*x)$$

Coefficients (with 95% confidencebounds):

$$d = 0.5602$$

$$a = 0.02432$$

$$b = 0.06708$$



**Рис. 5. Графічні зображення автокореляційної функції досліджуваного процесу в програмі Matlab Curve Fitting Tool**  
 Джерело: [розробка автора]

У результаті апроксимації рівнянням автокореляційної функції є:

$$y(t) = 0,5602e^{-0.02432 \cdot t} \cdot \cos(0,06708t).$$

При статистичному аналізі стаціонарних випадкових функцій зручно користуватись спектральною щільністю випадкової функції. Спектральна щільність є додатною функцією у всьому діапазоні частот від 0 до  $\infty$ . Вона не містить відомостей про фази окремих гармонійних складових.

Застосовуючи до кореляційної функції  $R_x(\tau)$  перетворення Фур'є, можна визначити спектральну щільність за формулою:

$$S_x(\omega) = \int_0^{\infty} R_x(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \frac{D\alpha}{\alpha^2 + (b - \omega)^2} + \frac{D\alpha}{\alpha^2 + (b + \omega)^2}. \quad (2)$$

Підставивши фактичні дані в це рівняння, отримаємо:

$$S(\omega) = \frac{0.01362}{0.00059 + (0.06708 - \omega)^2} + \frac{0.01362}{0.00059 + (0.06708 + \omega)^2}. \quad (3)$$

Визначимо спектральну щільність, використовуючи програму MatLab.

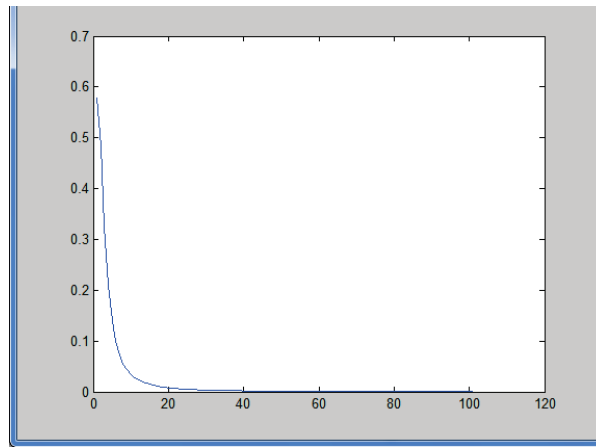
По отриманих даних побудуємо залежність S від  $\omega$ . Так ми отримуємо графік спектральної щільності  $S(\omega)$  (рис. 6).

w=0:0.1:10;

S=0.01362./[0.00059+(0.06708-w.^2)]+0.01362./(0.00059+(0.06708+w.^2));

plot(S)

Відзначимо, що при дослідженні автоматичних систем управління бурінням свердловин виникає необхідність створювати типові випадкові



**Рис. 6. Графічне зображення спектральної щільності досліджуваного процесу в програмі MatLab**

*Джерело: [авторська розробка]*

впливи штучно – за допомогою спеціальних генераторів. Найпростіше ця задача вирішується з використанням методу формуючого фільтра. Суть методу полягає у тому, що потрібний випадковий сигнал отримується шляхом пропускання білого шуму через фільтр з відповідною частотною характеристикою.

Частотна передавальна функція  $W_\phi(j\omega)$  фільтра зв'язана з спектральною щільністю  $S(\omega)$  формуючого сигналу наступним співвідношенням:

$$\{W_\phi(j\omega)^2\} = S(\omega). \quad (4)$$

Для пошуку функції  $W_\phi(j\omega)$  необхідно розкласти спектральну щільність  $S(\omega)$  на спряжені множники  $W_\phi(j\omega)$  і  $W_\phi(-j\omega)$ . З цих двох множників фізично реалізованим у вигляді фільтра є лише перший множник. Для сигналу з експоненціально-косинусною кореляційною функцією маємо:

$$S(\omega) = \sqrt{2D\alpha} \frac{j\omega + \sqrt{a^2 + b^2}}{(j\omega + a)^2 + b^2} \sqrt{2D\alpha} \frac{-j\omega + \sqrt{a^2 + b^2}}{(-j\omega + a)^2 + b^2}. \quad (5)$$

Звідси частотна функція передачі фізично реалізованого фільтра:

$$W_\phi(j\omega) = \sqrt{2D\alpha} \frac{j\omega + \sqrt{a^2 + b^2}}{(j\omega + a)^2 + b^2} = \frac{j\omega + 0,0713}{(j\omega + 0,02432)^2 + 0,0045}. \quad (6)$$

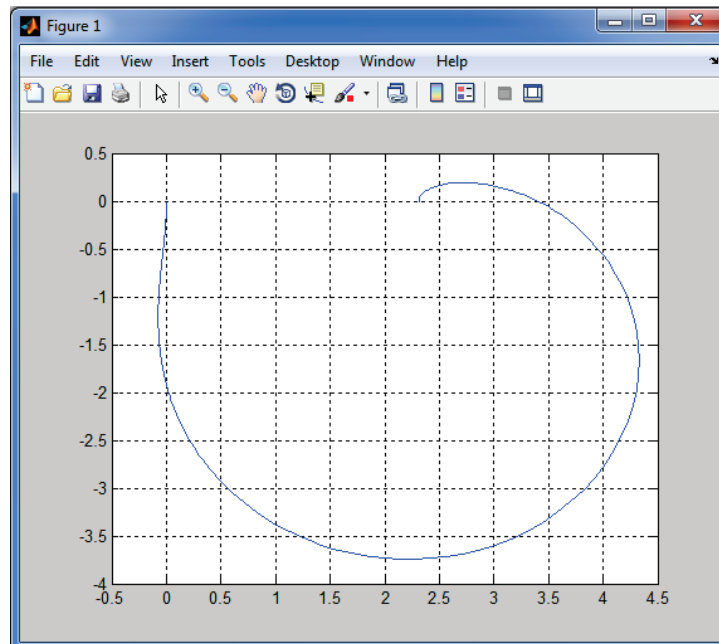
За допомогою програми MatLab побудуємо амплітудно-фазову характеристику (рис. 7) формуючого фільтра для зміни осьового навантаження на долото:

```
>> w=0:0.001:30;
>> W=0.1651.*(i*w+0.0713)./((i*w+0.02432).^2+0.0045);
>> Re=real(W);
>> Im=imag(W);
>> plot(Re,Im),grid
```

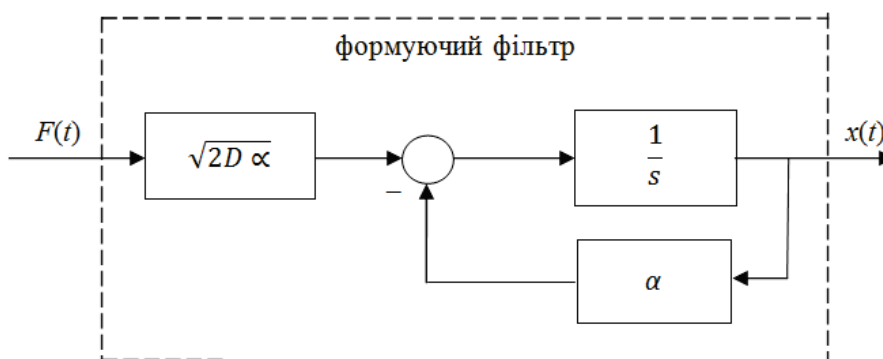
Алгоритмічна структура формуючого фільтра наведена на рис. 8.

Формуючий фільтр – це динамічна система, на виході якої формується необхідний процес, що відповідає рішенням певного диференційного рівняння.





**Рис. 7. Графічне зображення амплітудно-фазової характеристики формуючого фільтру для зміни осьового навантаження на долото**  
*Джерело: [розроблено автором]*



**Рис. 8. Структурна схема формуючого фільтру**  
*Джерело: [сформовано автором]*

На вхід подається типовий сигнал: якщо генерується детермінований сигнал, то подається одинична ступінчата функція  $1(t)$  або  $\delta$ -функція. Для генерування випадкового сигналу зі заданими ймовірнісними характеристиками подається білий шум зі спектральною щільністю

$$S_{FF}(\omega) = 1. \tag{7}$$

Функцію передачі  $W_{\phi}(s)$ , що забезпечую на виході випадковий сигнал із заданою спектральною щільністю

$$S_{xx}(\omega) = \frac{2D\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}, \tag{8}$$

визначимо, користуючись умовою перетворення фільтром спектральної щільності

$$S_{xx}(\omega) = |W_{\phi}(j\omega)|^2 S_{FF}(\omega). \tag{9}$$

Тоді





$$\frac{2D\alpha}{(j\omega + \alpha)(-j\omega + \alpha)} = |W_{\Phi}(j\omega)|^2 \cdot 1. \quad (10)$$

Враховуючи, що комплексний коефіцієнт передачі формуючого фільтра повинен відповідати мінімально фазовій ланці, запишемо

$$|W_{\Phi}(j\omega)|^2 = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{j\omega + \alpha}. \quad (11)$$

Після заміни  $j\omega \rightarrow s$  отримаємо функцію передачі формуючого фільтра

$$|W_{\Phi}(s)|^2 = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{s + \alpha} = \frac{K_{\Phi}}{T_{\Phi}s + 1}, \quad (12)$$

де  $K_{\Phi} = \sqrt{2D\alpha}$  – коефіцієнт передачі фільтра;

$T_{\Phi} = \alpha^{-1}$  – стала часу фільтра.

Оскільки амплітудно-фазова характеристика (рис. 7) формуючого фільтра має властивості ланки 2-го порядку, то структура формуючого фільтра має складатися з двох послідовно з'єднаних фільтрів (12) з певними коефіцієнтами передачі і сталими часу.

### Висновок.

У даний час статистичні методи дослідження автоматизованих систем управління відіграють основну роль у теорії автоматичного управління. Це обумовлено тим, що використання випадкових процесів як моделей впливів значно розширює можливість дослідження систем автоматичного управління. Це пояснюється не тільки тим, що самі процеси вдається описати більш точно, але й і тим, що з'являється можливість оцінювати якість управління за допомогою невеликого числа величин для досить різноманітних умов. Особливо це важливо для управління таким складним процесом як буріння нафтових і газових свердловин. Такі характеристики як математичне сподівання, дисперсія, автокореляційна функція, спектральна щільність у подальшому використовуються при аналізі якості управління.

На основі отриманих результатів, можна зробити висновок, що під час проведення статистичного дослідження отриманих даних, як вхідні дані було використано графік неперервного сигналу  $F(x)$ , з якого були такі характеристики досліджуваного процесу, як оцінки математичного сподівання, що склало 63,58; дисперсії – 83,37; середньоквадратичного відхилення – 9,20. Побудували і визначили закон розподілу, який найкраще підходить, та перевірили його – це гамбеловський закон. Побудували і визначили функцію передачі формуючого фільтра, яка підходить для автокореляційної функції (експоненціальна), завдяки якій визначили і побудували спектральну щільність.

### Література:

1. Семенцов Г.Н. Основи наукових досліджень: [навч. посіб.] / Г.Н.Семенцов, Я.Р.Когуч, М.М.Дранчук; Івано-Франківськ: Факел – 2004. – 87с.
2. Стеценко, І.В. Моделювання систем: [навч. посіб., текст] / І.В. Стеценко // Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2010. – 399 с.
3. Довгий Б.П. Використання математичного пакета MATLAB для



розв'язування прикладних задач / Б.П.Довгий. Є.С.Вакал, Ю.Є.Вакал, А.В.Попов. – К.:Фітосоціоцентр, 2012. – 77 с.

**Abstract.** The article analyzes the statistical characteristics of the axial force on the bit. For research, the results of field experiments are used. Estimates of mathematical expectation, dispersion, autocorrelation function, spectral density are determined. The distribution law is investigated. A concrete model of autocorrelation function, which is used to determine the spectral density, is proposed. The functional and algorithmic structure of the forming filter is developed, which enables to extend the possibilities of researching the systems of automatic control of the process of drilling of oil and gas wells.

**Key words:** axial force, autocorrelation function, distribution law, spectral density, forming filter, structural scheme.

**References:**

1. Sementsov H.N., Kohuch YA. R., Dranchuk M.M. (2004). Osnovy naukovykh doslidzhen': [navch. posib.] [Basics of the scientific research: [Tutorial] Ivano-Frankivs'k: Fakel, – 87 p.
2. Stetsenko I.V. (2010). Modelyuvannya system: [navch. posib., tekst] [Modeling systems] in Cherkas'kyi derzhavnyi tekhnolohichnyi universytet [Cherkasy State Technological University], – 399 p.
3. Dovhyi B.P., Vakal YE. S., Vakal YU. YE., Popov A.V. (2012). Vykorystannya matematychnoho paketa MATLAB dlya rozv'yazuvannya prykladnykh zadach [Using the mathematical package MATLAB to solve application problems]. – К.:Фітосоціоцентр, – 77 p.

Рецензент: д.т.н., проф. Семенов Г.Н.

Стаття відправлена: 07.03.2018 р.

© Кропивницька В.Б..